

PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES

1. Propiedad de Tricotomía: $a, b \in \mathbb{R}$
 $a < b$, ó $a = b$, ó $a > b$

2. Propiedad Transitiva: $a, b \in \mathbb{R}$
 Si: $a < b$ y $b < c \Rightarrow a < c$ $2 < 5$ y $5 < 7 \Rightarrow 2 < 7$

3. Suma de Desigualdades: $a, b \in \mathbb{R}$ y $c, d \in \mathbb{R}$
 Si: $a < b$ y $c < d \Rightarrow a + c < b + d$

$$\begin{array}{r} a < b + \\ c < d \\ \hline a + c < b + d \end{array}$$

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} 5 < 14 \\ -8 < -3 \\ \hline 5 + (-8) < 14 + (-3) \\ \Rightarrow 5 - 8 < 14 - 3 \Rightarrow -3 < 11 \end{array}$$

4. Producto de Desigualdades: Si $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$
 Si $a < b$ y $c < d \Rightarrow a \cdot c < b \cdot d$

Observación: Propiedades 3 y 4 $\rightarrow > \geq$ y \leq

Ejemplo:

$$5 < 8$$

$$3 < 6$$

$$\underline{5 \times 3 < 8 \times 6}$$

$$\Rightarrow 15 < 48$$

$$-6 < -4$$

$$-5 < -2$$

$$\underline{(-6) \cdot (-5) < (-4) \cdot (-2)}$$

$$\Rightarrow \underline{\cancel{30} < \cancel{8}}$$

$$5. \text{ Si: } a < b \Rightarrow a + c < b + c, \forall c \in \mathbb{R}$$

Ejemplo:

$$5 < 8, c = 3$$

$$5 + 3 < 8 + 3$$

$$8 < 11 \checkmark$$

$$5 < 8, c = -2$$

$$5 + (-2) < 8 + (-2)$$

$$5 - 2 < 8 - 2$$

$$3 < 6 \checkmark$$

$$6. \text{ Si } a < b \text{ y } \underbrace{c > 0}_{+} \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c$$

$$\text{ Si } a < b \text{ y } \underbrace{c < 0}_{-} \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c$$

Ejemplo:

$$3 < 7, 2 > 0$$

$$3 \times 2 < 7 \times 2$$

$$\Rightarrow 6 < 14$$

$$3 < 7, -2 < 0$$

$$3 \times (-2) > 7 \times (-2)$$

$$\Rightarrow -6 > -14$$

7. Si $a \in \mathbb{R}$, Si $a \neq 0 \Rightarrow a^2 > 0$

Ejemplo:

$$a = 2$$

$$\Rightarrow a^2 = (2)^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$a = -3$$

$$\Rightarrow a^2 = (-3)^2 = -3 \times -3 = 9$$

Observación: Propiedades 5 y 6
 $\rightarrow > \geq \vee \leq$